

X Olimpiada Inter-Universitaria de Ciencia y Tecnología

Felicitaciones



De derecha a izquierda:
Brayan Miguel Velásquez García - 5to. Lugar Mate 2,
Edy Francisco Miranda Fuentes - 2do. Lugar Física 1
Ever José Domingo Camposeco - 3er Lugar Física 1,
Juan Adolfo Orozco Coloma - Mención Honorífica
No presente en la foto: Kevin Estuardo Flores Puac - 5to Lugar Física 2



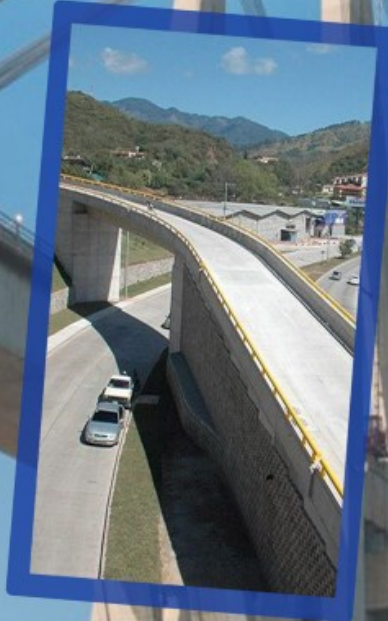
Alumnos de Matemática Intermedia 3
Segundo Semestre 2016



CUNOC

Centro Universitario de Occidente

Ecuaciones Diferenciales en la vida cotidiana



Analisis, Modelado
Diferenciación, Integración
Crecimiento logístico
Mezclas.



Revista de Ingeniería
CUNOC-USAC





Dirección Editorial

MSc. Ing. Humberto Hernández

Alumnos de Matemática Intermedia 3

Segundo Semestre 2016

Herrera Amado Leonel Eduardo	Morales Cuyuch Damihan Antonio
Chacón Torres José Roberto	Sosa Pérez Jonathan Alexander
Moreno González Deivir Augusto	Cotí Toc Fabián Javier Eduardo
Cifuentes Armas Zaida Maricruz	Fuentes Velásquez Lilibeth Amayrani
López Herrera Héctor Rodene	Sam Yacabalquiej Ever Romeo
Estrada Quiñonez Jorge Athyla	García Muj Edilberto Emanuel
Cabrera López Joab Eliazar	Crisóstomo Cal Francisco Javier
Rabanales Rojas Erick Estuard	Macario Gómez Emilio Juan Pablo
Lara Cifuentes Henry Alfredo	García Ramírez Obed Humberto
Mendoza Cobon Víctor Eduardo	Maldonado Mérida Marco Augusto
Tax Mendoza Víctor Efraín	Navarro De León Dulce María
Ixcaquic Rosales Pedro Nehemías	López Pérez Eduardo Alexander
Sajquim Santiago Marvin David	Recinos Mérida Carlos Manuel Alejandro
Hernández Chávez Edgar Rolando	Sapón Reyes Salvador Rodolfo
López Baten Juan Andrés	Gutiérrez Grijalva Jaqueline Rocío
Mejía Sum Pablo Cesar	Pérez Racancoj Pedro Estiven
Bulux Juárez José Fabián	López Tezó Fabián Alberto
Mijangos Cotí Daniel Alejandro	Gramajo Chim Mauselio Adolfo
Alvarado Pérez Álvaro Francisco Diego	Ralda Palacios Francisco Eduardo
Ramón Paxtor Klismer Alexis	Calderón Vanegas Geber Jaciel
Rosal Ordóñez Diego Alejandro	Betancohurt Hoffens Jorge Alberto
Morales Rivera Andrés	Xicay Cúmes Juan José
Champet Ramírez Fernando Alexis	Chávez Poncio Jaime Ezequiel
Córdova Viloria Luis Daniel	Maldonado Cojulún Pablo
García Gómez Sergio Estuardo	Marroquín Recinos María Gema
López De Paz Juan Diego	García Aguilón Mario Aníbal
Oxlaj Ixcoy Andoni Daniel	Isidro Navarro Kevin David
Pérez Aráuz Kenet Pedro Estiv	Castañón Orozco Edwin Yonatan

Diseño y edición:

Marroquín Recinos María Gema

Calderón Vanegas Geber Jaciel

José Alejandro Pérez Tzaj

Sosa Pérez Jonathan Alexander

García Gómez Sergio Estuardo

DIRECTORIO

Director de División

MBA. Ing. Víctor Carol Hernández

Coordinador de Ingeniería Civil

MSc. Ing. Nery Iván Pérez

Coordinador Ingeniería Mecánica

Ing. Bruno Israel Coyoy

Coordinador Ingeniería Mecánica Industrial

MSc. Ing. Carlos Morales Lam

Coordinador Área Común

MSc. Ing. Humberto Hernández

Coordinador de EPS

Ing. Luis Aballí

Supervisor Área de Matemáticas

MSc. Ing. Humberto Hernández

Coordinador Ingeniería Industrial

Ing. Deiffy Morales de Lima

Coordinador Ingeniería Sistemas

Ing. Francisco Rojas

Secretaria de División

Sra. Patricia Escobar

<https://ingenieria.cunoc.usac.edu.gt>

<https://sites.google.com/site/matematicascunoc>

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

y se llama lineal homogénea si además $g(x) = 0$.

Esto quiere decir que una ecuación según la derivada que aparezca así será su orden y según su forma puede ser lineal o no lineal.

Ahora que ya definimos lo que es una ecuaciones diferencial y como se clasificación vamos a entrar en sus aplicaciones. Como ya se mencionó estas tiene varias aplicaciones y en diversas ramas, aquí únicamente expondremos las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales en el área de la ingeniería.

Para comenzar trataremos la aplicaciones en la mecánica, ya que en esta tiene que ver la física, la cual a su vez trata de la investigación de las leyes que gobiernan el comportamiento del universo físico. Y para el estudio de la física es indispensable la leyes de Newton que dicen:

1. *Un cuerpo en reposo tiende a permanecer en reposo, mientras que un cuerpo en movimiento tiende a persistir en movimiento en una línea recta con velocidad constante a menos que fuerzas externas actúen sobre él.*
2. *La tasa de variación del momentum de un cuerpo en función del tiempo es proporcional a la fuerza*

netas que actúa sobre el cuerpo teniendo la misma dirección de la fuerza, (entendiéndose por momentum de un objeto al producto de su masa m multiplicado por su velocidad v).

3. *A cada acción existe una reacción igual y opuesta.*

Tomo en cuenta la segunda ley de Newton tenemos la siguiente ecuación

$$\frac{d}{dt}(mv) \propto F$$

cambiamos la constante K por el signo de proporcionalidad tenemos la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d}{dt}(mv) = kF$$

Siendo este un claro ejemplo de la aplicación de la ecuaciones diferenciales.

Otro ejemplo de donde se puede aplicar estas ecuaciones es en el área eléctrica en donde tenemos lo que son los circuitos eléctricos. Así como la mecánica tiene como base fundamental las leyes de Newton, la electricidad también tiene una ley que describe el comportamiento de los circuitos eléctricos, conocida como la ley de Kirchhoff. La cual no dice:

La suma algebraica de todas las caídas de voltaje alrededor de un circuito eléctrico es cero.

Si E_L es la caída de voltaje a través del inductor, entonces

$$O \quad E_L \propto \frac{dl}{dt} \quad E_L = L \frac{dl}{dt}$$

donde L es la constante de proporcionalidad llamada el coeficiente de inductancia o simplemente inductancia.

Como podemos ver así como en los dos ejemplos anteriores la ecuaciones diferenciales se pueden aplicar en infinidad de circunstancias de la ingeniería, hay otros ejemplos que no entraremos en detalle pero vale la pena mencionarlos como es el cambio de la temperatura de un objeto con respecto al ambiente donde se encuentra, es un ejemplo más de donde se forma una ecuación diferencial. Otro ejemplo es el hecho de la descomposición radiactiva del carbono en los elementos, ya que todos los elementos están conformados por un radiactivo conocido como carbono 14 y este se va descomponiendo según el tiempo que transcurre, es otro ejemplo de cómo se presentan problemas con ecuaciones diferenciales. Y así podemos encontrar una serie de problemas en donde si no fuera por las ecuaciones diferenciales sería imposible llegar a resolverlos.

PRESENTACIÓN



MSc. Ing. Q. Humberto Osvaldo Hernández Sac

hernandez.osvaldo@usac.edu.gt,

Supervisor y profesor del Área de Matemática

División de Ciencias de la Ingeniería,

Centro Universitario de Occidente, USAC

Se presenta esta revista editada y producida en un 100% por los estudiantes del curso de Matemática Intermedia 3 Segundo Semestre del 2016, de la División de Ciencias de la Ingeniería del Centro Universitario de Occidente, el objetivo de esta producción es motivar a los estudiantes a escribir, a dar a conocer sus propias opiniones que en este caso fue sobre la aplicación que tienen en la vida real las ecuaciones diferenciales, objeto de estudio del curso de Matemática Intermedia 3.

Como un objetivo secundario, se puede mencionar la intencionalidad de ser un canal de comunicación y divulgación sobre diferentes temas del que hacer de la ingeniería, de esta manera institucionalizar dentro de la división de Ingeniería la producción periódica de un medio escrito producido en su totalidad por el estudiante de ingeniería.

En los artículos que se presentan en la presente revista, resaltan la aplicación que tienen las ecuaciones diferenciales en la Ingeniería Civil, principalmente en la ondulación que produce una cuerda debido a su propio peso lo que técnicamente se conoce como la Catenaria, en este artículo se hace un análisis matemático aplicando la segunda derivada. En un segundo artículo se presenta como los fenómenos físicos se pueden explicar usando ecuaciones diferenciales que en este caso es una aplicación a la segunda ley de Newton.

En el análisis que se hace de las ecuaciones diferenciales en el curso de Matemática Intermedia 3, se hace énfasis en los conceptos, interpretaciones y orígenes de las ecuaciones, así mismo se apren-

de los diferentes métodos que existen para resolver las ecuaciones tanto de primer orden como de orden superior.

Al analizar las diferentes aplicaciones que tienen estas ecuaciones, se enfatiza en casos ideales y lo que se pretende con esta revista es que el estudiante profundice sobre las aplicaciones principalmente en la carrera de ingeniería que cursa, con la intencionalidad de motivarlo y despertar en él o en ella la investigación y aplicación de la teoría.

Es importante mencionar que se solicitó a los estudiantes de este curso a escribir un ensayo sobre la aplicación de las ecuaciones diferenciales y luego de una revisión muy general se escogieron 15 ensayos, los cuales fueron sometidos a un software para determinar el nivel de consulta o plagio de documentos publicados en internet, de dicha revisión se determinó 12 ensayos cuyo nivel de consulta con artículos publicados en internet va del 4% al 20%, dicha actividad fue realizada por un grupo de estudiantes que de manera voluntaria se ofrecieron a editar y producir esta revista, un agradecimiento por su entusiasmo y ejemplo de servicio.

Esperamos que el lector quede satisfecho por la lectura y sobre todo comprender que son los mismos estudiantes quienes escribieron e hicieron la producción de esta revista, por lo que es comprensible que algunos artículos no están escritos de una forma profesional ya que se publicaron tal como lo escribieron los estudiantes, respetando sus ideas y se manera de expresarse.

Crecimiento Logístico: Análisis de uso en el Área de Proyectos de Urbanización en la Ciudad de Quetzaltenango.

Por: Fabián Javier Eduardo Cotí Toc

Pierre-François Verhulst(1) (1804-1849) sostuvo que una población estable debe llegar a un nivel de saturación característico, usualmente llamado capacidad de carga del ambiente, que define una cota superior del crecimiento. Como se describe en el fragmento anterior podemos establecer que las ciudades actuales están llegando o ya han llegado al punto de capacidad de carga del ambiente. Lo cual usando la función que describe el crecimiento poblacional podemos aplicar tanto en el área de Quetzaltenango como en otra región estableciendo condiciones idóneas; se puede determinar las proyecciones de cómo la población tendrá un crecimiento exponencial con el pasar del tiempo y establecer los parámetros de demanda para los recursos.

En el modelo de crecimiento óptimo de Ramsey (Ramsey, 1928; Cass, 1965, y Koopmans, 1965) la población L crece a una tasa constante $n > 0$. Esto implica que L crece exponencialmente y para cada condición inicial $L(0) = L_0$, el nivel de la población al tiempo t es $L(t) = L_0 e^{nt}$. Este sencillo modelo exponencial representa fielmente

el crecimiento poblacional solamente en el periodo inicial, pues creciendo exponencialmente la fuerza de trabajo crecería al infinito cuando el tiempo tiende al infinito, lo que claramente es insostenible. El modelo exponencial no se ajusta a las reducciones en el crecimiento de la población debidas a la competencia por los recursos ambientales como comida y territorio (2).

El análisis se enfoca en la actualidad de la ciudad de Quetzaltenango y cuál será la proyección para dentro de un par de años; se busca hacer una breve reflexión, dado que en la actualidad la ciudad de Quetzaltenango está presentando los primeros síntomas de la capacidad de carga dado por del mal manejo de proyectos para el crecimiento territorial.

En estos casos es posible observar los problemas que afrontan los cuales en un análisis superficial se puede determinar que existe problemas en los drenaje dado que sobrepasa el límite de capacidad, el aumento de tráfico en las diferentes calle y avenidas y el problemas más importante según mi opinión es la falta de un plan en el ordenamiento territorial "POT".

Con la ecuación de crecimiento exponencial y usando otros métodos para poder describir con mayor exactitud el crecimiento poblacional, les permite a los ingenieros actuales y futuros desarrollar proyectos de urbanización en la ciudad que logren sustentar esta demanda. Por lo cual se pueden hacer uso en la tendencia de servicios existentes en la ciudad los cuales principalmente son los servicios de educación y salud. Por lo tanto con el uso de ecuaciones principalmente en el área de ecuaciones diferencias que permitan describir el crecimiento y comportamiento de una población los ingenieros y la población en si puedan hacer uso de estos métodos para mejorar no solo la ciudad sino también la calidad de vida del ciudadano.

(1) Pierre-François Verhulst (28 de octubre de 1804 a 15 de febrero de 1849), fue un matemático belga. Hoy en día se le conoce principalmente como el descubridor de la ecuación logística que lleva su nombre..

(2) Crecimiento económico óptimo y crecimiento poblacional: una versión mejorada del modelo de Ramsey Elvio Accinelli, Juan Gabriel Brida; Universidad Autónoma Metropolitana/Universidad libre de Bolzano.

sector donde el aire del ambiente pueda hacer el mismo proceso que este ha hecho con el motor y este es un proceso que se repite en consecuencia al funcionamiento del motor pero aquí es donde surge la aplicación de las ecuaciones diferenciales ya que no sabemos a qué velocidad debe fluir el refrigerante tomando en consideración un promedio de la temperatura en la que se use el vehículo, la temperatura a la que trabaje el motor y el tipo de refrigerante con el que trabaje este radiador.

En conclusión este proceso po-

dría modelarnos la temperatura que tendrá el refrigerante y en un tiempo específico y así sabremos controlar un cierto intervalo en el cual deba fluir.

Recordemos también que muchas ecuaciones diferenciales son muy fáciles de resolver mientras que otras llevan un proceso más complicado pero en la mayoría de ellas es un proceso mecanizado en el cual es muy importante seguir las reglas pre establecidas, que si las aplicamos correctamente nos facilitaran el trabajo. Además de ello hay más de una forma de resolver la mis-

ma ecuación diferencial pero recordando que si bien los resultados no son iguales son equivalentes y pueden satisfacer a más de un fenómeno similar ya que dependiendo de los valores iniciales, restringimos nuestra función a ciertos valores que satisfacen nuestra ecuación, manipulándola a de una familia de soluciones, a una que cumpla con las características de nuestro modelo específico.

Por ultimo podremos observar una mayor exactitud en intervalos más cortos de tiempo.

Ecuaciones diferenciales

Por: Emilio Juan Pablo Macario Gómez

En el área de la ingeniería las ecuaciones diferenciales son indispensables para poder resolver infinidad de problemas, es por esto mismo que en la facultad de ingeniería de la universidad San Carlos de Guatemala hay un curso dedicado específicamente a la enseñanza de estas ecuaciones. Por que como bien es sabio estas tiene una infinidad de aplicaciones en varias áreas que no solo incluyen a ingeniería, sino también a otras áreas como la economía y en estudios sociales. Por lo que en este trabajo pretendemos dar un significado de lo que es una ecuación diferencial y sus aplicaciones.

Los primero problemas que surgieron para resolverlos por medio del cálculo diferencial fueron problemas físicos, en los últimos años del siglo XVII. Lo cual llevaron a crear en las matemáticas las ecuaciones diferenciales.

Las ecuaciones diferenciales según el folleto "LAS ECUACIONES DIFERENCIALES Y SUS APLICACIONES EN LA INGENIERIA" de la Universidad de Salamanca en España, la define como:

Ecuación diferencial (E.D.) a una ecuación que relaciona una función (o variable dependiente), su variable o variables (variables independientes), y sus derivadas. Si la ecuación contiene derivadas

respecto a una sola variable independiente, entonces se dice que es una ecuación diferencial ordinaria (E.D.O); y si contiene las derivadas parciales respecto a dos o más variables independientes, se llama ecuación en derivadas 2 Las Ecuaciones Diferenciales y sus Aplicaciones en la Ingeniería parciales (E.D.P.). Las ecuaciones diferenciales se clasificación según su orden o su linealidad. Se llama orden de la ecuación diferencial al orden de la derivada o derivada parcial más alta que aparece en la ecuación. Se dice que una ecuación diferencial es lineal si tiene la forma

Aplicación de Ecuaciones diferenciales a sistemas de enfriamiento en motores de combustión interna

Por: Emilio Juan Pablo Macario

Gómez

Las ecuaciones diferenciales son ecuaciones matemáticas que incluyen no solo variables dependientes e independientes sino que también razones a las cuales dichas variables cambian con respecto a influencias ya sea de ellas o de otras variables, están dadas por leyes de correspondencia entre variables sujetas a cambio, en las cuales se pueden modelar diversos fenómenos físicos, químicos estadísticos o inclusive biológicos con el fin de facilitarnos la comprensión de dichos fenómenos del cual obtendremos un modelo que toma en cuenta lo que ha sucedido o está sucediendo para predecir lo que sucederá o ya ha sucedido. Al hacer uso de las ecuaciones diferenciales facilitamos el proceso de comprensión del fenómeno y acepta la intromisión de una gran cantidad de variables que pueden afectar directamente el evento que estamos analizando. Mientras mas aspectos (razones de cambio o variables) consideramos más exacto es el modelo que llevamos a cabo pero también más complejo será el proceso de llegar a una solución. Para adentrarnos un poco más en las ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones en la ingeniería mecánica me gustaría citar una hipótesis muy trivial que un objeto se acerca o se asemeja a la temperatura que lo rodea y hace que esta sea mayor el objeto aumentara su temperatura o si fuera menor el objeto reduciría su temperatura pero rara vez nos preguntamos el porqué de esto, solo lo asumimos como un conocimiento obvio pero que en realidad no lo es así que Sir Isaac Newton fue una de las muchas personas que se interesó en estos fenómenos e inclusive enunció una ley que se define como: "la tasa de enfriamiento de un cuerpo es proporcional a la diferencia de la temperatura" gracias a esto sabemos que la temperatura de un objeto cambia de forma exponencial en relación a la temperatura del medio. Newton llego a tal ley después de realizar un experimento en el cual calentó al rojo un bloque de metal y después retirándolo del fuego lo coloco en un lugar frio y observo como se enfriaba lo que dio lugar a su ley la cual se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{dT}{dt} \propto T - T_m \quad \frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$$

Donde $\frac{dT}{dt}$ representa la razón o velocidad a la que cambia la temperatura en función al tiempo

po y k es una constante de proporcionalidad la cual también indica si el objeto aumentara o disminuirá su temperatura, la T_m es la temperatura del medio y T es la temperatura instantánea del cuerpo cuando se empieza el experimento el cual podría ser el $t=0$. La aplicación que tienen las ecuaciones diferenciales podrían destacarse en el enfriamiento de motores de combustión interna los cuales funcionan con pequeñas explosiones sincronizadas las cuales convierten un combustible fósil y lo transforman en energía mecánica pero para mejorar su rendimiento y vida útil deben de trabajar a una temperatura según sean las condiciones del fabricante y para lograr eso se pueden utilizar refrigerantes líquidos, los cuales son compuestos químicos que regulan la temperatura del motor otros podrían ser el aire que funciona como la temperatura del medio o el más común en automóviles que es el radiador que funciona como un tanque sellado que transporta un refrigerante liquido en su interior y circula alrededor del motor llevándolo de una temperatura mayor a menor, pero esto también implica que el refrigerante adquirirá calor así que este refrigerante es bombeado a un

APLICACIONES DE ECUACIONES DIFERENCIALES EN INGENIERÍA MECÁNICA.

Por: Álvaro Francisco Diego Alvarado Pérez

Desde años antiguos en que las matemáticas fueron útiles para la demostración de fenómenos usuales, se vio la necesidad de emplear esos conocimientos en la dinámica de muchos sistemas; mecánicos, electrónicos, térmicos, económicos biológicos, etc. A raíz de esto nacen las ecuaciones diferenciales que procesan modelos matemáticos y expresan el comportamiento de sistemas ideales, dando oportunidad de estudiar y sintetizar los fenómenos estableciendo respuesta a la problemática. "Una ecuación diferencial es una igualdad que incluye variables y diferenciales" (1). La importancia de la preponderancia en el uso de métodos adecuados para la resolución de ecuaciones diferenciales hace que los resultados sean los adecuados. En la mayoría de los diseños de máquinas se toman en cuenta varios factores que implican el uso de ecuaciones diferenciales, estos factores pueden ser las oscilaciones de bielas, resortes; también podemos mencionar los cambios de temperatura que generan en las máquinas o la diferencia de potencial eléctrico que se conduce en un circuito dando un buen funcionamiento a los motores.

En el presente escrito trata de la utilidad de las ecuaciones diferenciales para la resolución de problemas con modelos matemáticos relacionados a la ingeniería mecánica, tomando ejemplares de fenómenos físicos de manera de optimizar los funcionamientos de dichos fenómenos. Para ello es necesario conocer algunas características de la clasificación de las ecuaciones diferenciales (ED); Las ED se clasifican por orden, grado y linealidad, el grado va relacionado a las veces en que se ha derivado la variable dependiente, la linealidad de una ED se presenta cuando las variables independientes pertenecen a una función lineal y el grado de una ED está ligada al grado de la variable dependiente. Con estas características se pueden utilizar los métodos adecuados para la resolución de tales ED. Los métodos son procesos analíticos y algebraicos que permiten obtener la(s) soluciones de un modelo con Ecuaciones diferenciales. Entre los métodos podemos mencionar: Separación de variables, método lineal, proceso de Bernuolli, y otros. Estos conocimientos son indispensables para la aplicación de ED y aún más en el diseño de máquinas, una de

las pruebas que rigen a las máquinas es la resistencia a los cambios de temperatura, estos cambios se pueden estudiar modelando una ecuación diferencial y según la teoría nos dice que "la rapidez de cambio de temperatura de un cuerpo en cualquier tiempo t es proporcional a la diferencia de temperatura del cuerpo y la temperatura del medio ambiente en el tiempo t" (1). La variación de la temperatura puede ser positiva o negativa según si aumenta o disminuye; "de acuerdo a la ley de enfriamiento de Newton la ecuación diferencial corresponde"

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$$

(1), otro de los aspectos importantes en el diseño de máquinas son las oscilaciones y los ciclos que se generan en los movimiento de resortes o entre las barras y ejes, estos caracteres le dan la potencia distintiva a cada una de las máquinas, entre más potencia las máquinas pueden realizar trabajos cada vez más pesados y entre menos potencia las máquinas son adaptadas a trabajos simples. Podemos decir que los sistemas masa-resorte desempeña un papel importante en la mecánica.

Otra de las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales en los procesos mecánicos es el vaciado de tanques, si bien sabemos los motores necesitan de combustible y fluidos que ayuden al enfriamiento como es el caso del agua o del refrigerante, con las

ecuaciones diferenciales podemos determinar los tiempos en los que se vacían los tanques modelando los tanques de los fluidos. Al exponer las distintas aplicaciones de las ecuaciones diferenciales se puede concluir que mediante el cálculo diferencial se

manejan variedad de información que hacen característico a las máquinas.

(1) *ECUACIONES DIFERENCIALES con aplicaciones de modelado, NOVENA EDICIÓN, DENNIS G. ZILL Loyola Marymount University*

APLICACIONES DE ECUACIONES DIFERENCIALES EN INGENIERÍA CIVIL.

Por: Víctor Efraín Tax Mendoza.

Hola que tal hablemos un poco de calculo diferencial, en la división de ciencias de ingeniería se utilizan distintos métodos para resolver problemas, en medio de estos métodos se encuentra uno llamado ecuaciones diferenciales las cuales se pueden utilizar para modelar distintos tipos de situaciones debidas a su causa desde el enfriamiento de una taza de te hasta el crecimiento poblacional de una ciudad, país, etc.

Que te parece si empezamos este articulo definiendo primero que es una ecuación diferencial, en el lenguaje de matemáticas son ecuaciones matemáticas que relacionan una función con sus derivadas. En las matemáticas aplicadas, las funciones usualmente representan cantidades físicas, las derivadas representan sus razones de cambio, y la ecuación define la relación entre ellas, dándonos así un resultado

esperado. Ahora centrándonos un poco respecto al tema principal de este articulo nos enfocaremos en el tema de "catenarias" primero definamos lo que entendamos cuando nos hablan de catenaria para nosotros en el área de ingeniería sería la curva que adopta una cadena, cuerda o cable ideal perfectamente flexible, con masa distribuida uniformemente por unidad de longitud, suspendida por sus extremos y sometida a la acción de un campo gravitatorio uniforme (ósea su peso). La pregunta sería donde podríamos encontrar problemas para darle un uso?. La respuesta vendría a ser algo sencillo ya que la encontraríamos en la curvatura de puentes colgantes, y en el campo de la topografía al momento de tomar mediciones con cinta métrica, otro caso mas común vendría siendo el laso o pita donde se cuelga la ropa después de ser lavada. Para este caso pro-

pongamos un ejemplo sencillo, supongamos que M(0,b) es el punto mas bajo de nuestro hilo y P(x,y) un punto cualquiera la sección de MP de nuestro hilo esta equilibrada por las siguientes fuerzas: la tensión a la cual llamaremos T que actúa tangente a nuestro punto P y forma un ángulo "α" con nuestro eje de abscisas. Ahora la tensión H en nuestro punto M que es paralela a nuestro eje de abscisas. El peso del hilo, paralelo al eje de ordenadas y cuyo modulo es s*p siendo s la longitud de nuestro arco MP y p el peso específico del hilo. Al descomponer T en sus dos componentes se obtienen las ecuaciones de equilibrio "H= T*cos (α)" y "sp=T*sen (α)" si se igualan estas dos igualdades al despejar T obtendremos que:

$$tg(\alpha) = \frac{s \cdot p}{H} \quad \text{Y llamando}$$

$$a = \frac{H}{P} = tg(\alpha) = \frac{s \cdot p}{H}$$

actividades del ser humano pueden evidenciar que estas están presentes en la cotidianidad de una persona, sea en su hogar o en su trabajo y sobre todo el profesional de ingeniería ya que la utilizara no solo en el transcurso de la carrera sino también a lo largo de los años en los trabajos en los que se desenvuelva. Si se habla de aplicaciones en el hogar se puede mencionar el modelo matemático de las Mezclas, el cual consiste en saber la cantidad de algún solido disuelto en un líquido relacionando la razón de entrada con la razón de salida, como por ejemplo cuando se disuelve sal en agua para hacer una sopa, pese a que las personas obviamente no realizan la operación o los cálculos la idea del modelo matemático va relacionado con lo que están haciendo.

También en las empresas donde un ingeniero se puede desenvolver hay variedad de aplicaciones, siguiendo con las mezclas, estas se pueden aplicar en las industrias que se dedican a la producción de las aguas gaseosas o refrescos ya que deben saber la cantidad de azúcar o químico de cierta gaseosa o refresco que queda al momento de verter el líquido en diferentes tanques antes de ser envasados.

El calentamiento y el enfriamiento es otra aplicación que se puede encontrar en las empresas o las oficinas ya que en ellas hay

ciertos factores que influyen como el calor corporal del personal, el calor que producen las máquinas y hasta la calefacción, teniendo estos datos se podría encontrar el tiempo en el que la temperatura del ambiente va aumentado y así ver si es necesario tener ventiladores.

En las matemáticas financieras, un ingeniero industrial por ejemplo podría hacer uso de las ecuaciones diferenciales para las tasas de interés ya que cuando el interés se capitaliza continuamente en cualquier momento la cantidad de dinero aumenta a una tasa proporcional a la cantidad presente, en esto ya está actuando una razón de cambio o derivada, por lo que es aplicable una ecuación diferencial.

Se puede decir que las aplicaciones anteriormente mencionadas pertenecen solo al área de ingeniería, pero esto no quiere decir que las ecuaciones diferenciales no se puedan aplicar en otras profesiones o áreas de estudio.

Aunque la biología no siempre ha dependido de las matemáticas, en la actualidad ciencias como esta utilizan modelos matemáticos para resolver algunas situaciones, tales como el modelo de problema epidemiológico, este trata la ocurrencia, propagación y control de una enfermedad contagiosa; esto es, una enfermedad que puede transmitirse de un individuo a otros; ya que es una propagación existe

una razón de cambio, resolviendo la ecuación se podría encontrar la población infectada respecto a cierto tiempo.

Así como estas hay muchas más aplicaciones que se le puede dar a las ecuaciones diferenciales y no solo en área de las ingenierías como se mencionaba, estas se pueden aplicar también en el área de salud, biología, informática, química y en todo lo que se necesite modelar una situación donde tengan participación razones de cambio. Es importante comprender primero todos los temas detrás de una ecuación diferencial desde saber derivar e integrar hasta la clasificación de las ecuaciones, aprender los métodos con los que estas pueden ser resueltas. Y no está de más saber también los principios básicos para el modelado, ya que es indispensable que primero se entienda el fenómeno o problema para poderlo plantear como una ecuación.

Se concluye entonces que las ecuaciones diferenciales han tenido una influencia sobre muchas áreas de la vida. Además estas han servido, sirven y servirán mientras existan problemas que se puedan solucionar con estas. Las ecuaciones diferenciales son entonces un fruto de un largo proceso de estudio por lo cual aprenderlas, entenderlas y aplicarlas es darle un buen uso al resultado de ese estudio.

Las ecuaciones diferenciales han ayudado a la creación de nuevas formas de poder resolver problemas. Un ejemplo claro podemos ver la aplicación de la transformada de Laplace en el control de procesos para la ingeniería industrial en una empresa, aplicaciones a movimientos vibratorios de sistemas mecánicos, aplicaciones fundamentales de crecimiento y decrecimiento en bio-

logía, aplicaciones sobre ofertas y demandas en economía, aplicaciones sobre los procesos de mezclas en química, y así podemos mencionar muchas aplicaciones mas de las ecuaciones diferenciales que son de gran utilidad en procesos naturales, económicos, industriales y científicos. Entonces en conclusión ¿Sirven las ecuaciones diferenciales? Con todo esto se puede

decir que sus aplicaciones son de gran importancia para el mundo moderno. Las ecuaciones diferenciales tienen una parte fundamental en todos los procesos que realizan las diversas disciplinas y sobre todo en las ramas de la ingeniería ya que como sabemos, muchos de los problemas se resuelven en base a los teoremas y leyes de las ecuaciones diferenciales.

APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

Por: Dulce María Navarro de León

A lo largo de la historia las personas en su deseo de encontrar opciones o soluciones que faciliten su vida cotidiana han utilizado las herramientas que el entorno donde se desenvuelven les ha provisto, esto supone la factibilidad de poner en práctica proyectos; por medio de los cuales se han hecho grandes descubrimientos logrando estos el objetivo principal: que es dar soluciones. Uno de estos tantos proyectos o hallazgos, es en el área de las matemáticas, específicamente las ecuaciones diferenciales con las cuales se puede modelar distintas situaciones o fenómenos que al paso de los años no todos se detuvieron a estudiar, pero los que sí, hicieron un estudio profundo de estas.

Se empezaron a estudiar las ecuaciones diferenciales por las razones de cambio, con problemas como ¿Qué tiempo se tar-

da? ¿Por qué se mueve?, ¿Qué tan rápido cambia? Todas estas preguntas llevaron a muchas personas a realizar diversos estudios. Concluyendo que la respuesta a las mismas eran las ecuaciones diferenciales.

¿Qué es una ecuación diferencial?, ¿para qué sirve una ecuación diferencial?, ¿Cómo se aplica una en el área de ingeniería?, ¿servirán en el trabajo? Preguntas como estas pueden surgir cuando se está empezando a estudiar las Ecuaciones Diferenciales; para responder a la primera pregunta no solo de orden sino también de importancia se puede decir que se define a una Ecuación Diferencial como la “ecuación que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes”. Una ecuación diferencial se clasifica de acuerdo a su tipo, orden y

linealidad; por su tipo puede ser una ecuación diferencial ordinaria o una ecuación en derivadas parciales. El orden de una ecuación diferencial lo rige el de la derivada de mayor orden en la ecuación; según su linealidad puede ser una ecuación lineal o no lineal. Lo anterior es un simple resumen de los principios o conceptos básicos de las ecuaciones diferenciales, de ellos se desprende más conceptos y obviamente la parte más importante de ellas, el cómo solucionarlas. Ahora continuando con las otras preguntas, una ecuación diferencial como se había mencionado sirve para modelar fenómenos de la sociedad y de la naturaleza, se puede decir que las ecuaciones diferenciales tienen diversas aplicaciones, ya que aunque no se crea que sirvan en la vida diaria las mismas

si se supone que la ecuación de la curva sea $Y = f(x)$ se tiene que su derivada $y'' = s/a$. Al derivar respecto a x ambos lados de la igualdad $Y'' = (1/a)s'$ tenemos en cuenta que:

$$s' = \sqrt{1 + (y')^2}$$

Se obtiene la ecuación

$$y'' = \frac{1}{a} \sqrt{1 + (y')^2}$$

Que es la ecuación de la catenaria al momento de integrar esta ecuación y al imponer la condición de que pase por el punto $M(0, b)$ se tiene la solución particular de la forma:

$$y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) + b - a$$

Si la ordenada del punto M es a , la ecuación se simplifica a:

$$y = a * \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$$

Esta ecuación puede ayudarnos a elaborar el diseño de puentes colgantes también en topografía y en electricidad para poder calcular cuanto de cable se utiliza en el transcurso de cada poste.

ECUACIONES DIFERENCIALES

Por: Francisco Javier Crisóstomo Cal

A lo largo de las épocas el ser humano se ha dado cuenta de la relevancia e importancia que tienen los conceptos numéricos en las distintas áreas y disciplinas de desarrollo, ya que conforme el hombre ha ido descubriendo e inventando diversas cosas para la satisfacción de sus necesidades, los dichos conceptos han estado en un estado de constante evolución y adaptabilidad, dirigido a diversas situaciones en donde se pueden aplicar, además para la facilitación en la comprensión de aspectos influyentes en diferentes fenómenos, los cuales han concretizado y ampliado el empleo de estos en diversos aspectos de la vida. Una de las formas en la cual sale a relucir el empleo numérico para la comprensión de fenómenos descriptibles es a lo que llamamos ecuaciones diferenciales, las cuales consisten en “una

ecuación que relaciona una función desconocida con una o más de sus derivadas se llama ecuación diferencial” en estas ecuaciones partimos de las derivadas para que al trabajarlas conozcamos una familia de soluciones, las cuales empleamos para hallar una ecuación específica, siendo necesario valores iniciales tanto para las derivadas como para la ecuación en sí, al observar vemos que las ecuaciones diferenciales modelan diversos fenómenos que con frecuencia encontramos en varias ciencias tales como: química, matemática, física, biología, y muchas otras. Las ecuaciones diferenciales son de vital importancia ya que son una manera de plasmar problemas cotidianos y de índole experimental o científico hipotético en lenguaje matemático que sustrae partes fundamentales para su desarrollo, lo que nos

lleva a Modelado de ecuaciones, que básicamente es pasar lenguaje hablado y problemas diarios a ecuaciones, por lo tanto dentro de esta amplia gama de operaciones podemos resaltar las más esenciales, como el modelo de crecimiento exponencial de poblaciones, cambios de temperatura, drenado de tanques, mezclas de fluidos, problemas físicos, circuitos eléctricos, etc. Por lo tanto estas se pueden aplicar siempre y cuando estén sujetas a diversas restricciones, ya que necesariamente no se puede plasmar todos los aspectos fundamentales de un fenómeno, ya que la complejidad de los mismos no lo permite, es así que podemos decir que las ecuaciones diferenciales son representaciones aproximadas de fenómenos, teniendo en cuenta que pueden variar respecto al fenómeno real.

Hablando específicamente de los casos mencionados y muchos otros, al aplicarlos a la ingeniería hemos de observar que varios de estos tienen mucha relación con la misma ya que se emplean en todas las ramas de la ingeniería sin exceptuar una, las ecuaciones diferenciales han facilitado la comprensión de varios fenómenos que son relevantes al considerarlos en la ingeniería, desde procesos de programación, hasta la comprensión de la resistencia de estructuras, y los procesos de producción en diversos campos, ya que proporcionan datos relevantes relacionados a tareas específicas dentro de los diversos sistemas en los cuales se emplean, claros ejemplos son aquellos en los cuales las ecuaciones diferenciales son base para hallar modelos matemáticos, los cuales se emplean constantemente en física, podemos mencionar el movimiento armónico de un resorte, la caída de objetos tomando en cuenta la resistencia del aire, los cuales se emplean al resolver y crear problemas relacionados a la ingeniería mecánica, civil e industrial.

Dentro de estos modelos podemos mencionar el de crecimiento de una población como “la

razón con la que la población de un país en un cierto tiempo es proporcional* a la población total del país en ese tiempo, en otras palabras, entre más personas estén presentes al tiempo t , habrá más en el futuro” hemos de entender que como anteriormente se mencionaba dichos modelos no son exactos ya que se emplean bajo ciertas restricciones por lo tanto hemos de tomar este modelo en particular para formular una hipótesis en la cual podamos aplicar un razonamiento lógico idéntico, solo que en vez de que este dirigido a un crecimiento de población sea dirigido al crecimiento de producción de una fábrica de cualquier tipo en la cual intervengan factores como la mano de obra y la capacidad de producción teniendo en cuenta la eficiencia del personal y de la maquinaria, dicho esto hay varios fenómenos a los cuales se les puede asignar o crear un modelo matemático a base de hipótesis fundamentadas un secos comprobados experimentalmente así como también implementar modelos ya sean preestablecidos en otros campos en los cuales sean afines tal es el caso del crecimiento exponencial y el decaimiento

radiactivo, en donde en lo único que difieren es en el signo de la constante de proporcionalidad respectiva, viendo este caso particular podemos asumir que han de haber diversos modelos matemáticos los cuales pueden emplearse para diferentes fenómenos en diversos campos de estudio. Lo cual indica que las ecuaciones diferenciales además de ayudar a facilitar diferentes cálculos en procesos que vemos comúnmente tanto en la vida diaria como en aplicaciones a la ingeniería y otras ciencias tienen un amplio campo de aplicabilidad para la representación de fenómenos que son complejos.

(1) *C. Henry Edwards y David E. Penny Ecuaciones Diferenciales y PVF.*

(2) *ECUACIONES DIFERENCIALES con aplicaciones de modelado, NOVENA EDICIÓN, DENNIS G. ZILL Loyola Marymount University*

IMPORTANCIA DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES EN EL MUNDO MODERNO

Por: Kevin David Isidro Navarro

Algunas de las muchas preguntas que surgen en las personas a lo largo de todo el mundo e incluso en personas que llevan un grado de estudio superior universitario, es: ¿y para que estudiar matemáticas?, las ecuaciones diferenciales... ¿algún día me servirán en la vida?

Podríamos decir que actualmente, uno de los dolores de cabeza para la mayoría de los estudiantes de ingeniería son las matemáticas y en especial el tema de las ecuaciones diferenciales, en donde no se logra comprender la esencia, para que sirven o como poder aplicarlas en la actualidad. “No me gustan las Matemáticas” eso afirman estudiantes y profesionales de muchas disciplinas dice María Alejandra Piñero del instituto Venezolano de investigaciones científicas.

Se puede decir que la falta de interés en el tema de las ecuaciones diferenciales hace que los estudiantes no le entiendan o se les dificulte la aplicación en los diversos campos de la ingeniería.

En Guatemala la educación, especialmente desde primaria, se usa un método tradicional en donde se le enseña al estudiante toda la teoría de las ciencias,

pero nunca la pone en práctica. En base a experiencias propias he visto que las personas desde pequeñas vienen estudiando matemáticas, pero nunca saben cómo aplicarlas o no saben si ya las están aplicando en la vida diaria, pues lo mismo sucede cuando se estudia el tema de las ecuaciones diferenciales, no se ve el potencial que nos ofrece para mejorar la economía, la simplificación de procesos en las empresas, ahorro de materiales, las muchas aplicaciones en varios campos de trabajo.

En algunos países “La metodología ha abandonado las memorizaciones típicas del sistema educativo de la ilustración y hace énfasis en el desarrollo de la curiosidad, la creatividad y la experimentación. Además, el profesor está forzado a ir renovando sus clases y métodos de enseñanza para atraer la atención de los alumnos, actualizando y vinculando aquello que enseña en el aula con sucesos reales y formas que motiven a los estudiantes.” Informa Lluís Torrent (26/11/2012).

Sin embargo regresando al tema de las ecuaciones diferenciales lejos de ser un obstáculo y un

tema considerado muchas veces inútil ante la mayoría de estudiantes de estudios superiores, podría ser una de las herramientas más eficaces para resolver problemas en diferentes áreas profesionales como en la mecánica, en los circuitos eléctricos, en problemas combinados de crecimiento y decrecimiento, economía, química, biología, etc.

Para argumentar que la aplicación de las ecuaciones diferenciales es de gran importancia, veamos que según la historia de las ecuaciones diferenciales se remonta aproximadamente desde el siglo XVII apareciendo juntamente con el cálculo infinitesimal, promoviendo el avance de las matemáticas y la física, en donde claramente podemos observar que no existían demasiados modelos matemáticos y soluciones de las ecuaciones diferenciales como las que conocemos ahora, pero siempre se notó la importancia que tienen para la ingeniería y para los estudios del cambio de los fenómenos y de la física aplicada, pues al pasar el tiempo se promovieron aplicaciones en nuevos modelos matemáticos como también soluciones para diferentes áreas y disciplinas.

sin mayor cosa que decir esta sencilla ecuación diferencial nos será muy útil para modelar la forma de los cables que soportan un puente suspendido. El viento un factor a tomar muy en cuenta para evitar catástrofes también posee una aplicación y nos vamos al tema de curvas solución sin una solución, una definición general quizás sea que es un campo de pendientes de la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

Gráficamente (1) “la dirección del campo indica el aspecto o forma de una familia de curvas solución de la ecuación diferencial dada, y en consecuencia se pueden ver a simple vista aspectos cualitativos de la solución”. Y podríamos determinar la velocidad final del viento por la ecuación diferencial

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

Por ultimo les mostraremos que existe una aplicación que como antes mencionábamos serviría para saber la fuerza ejercida por el viento a la estructura, ahora podríamos usar esa misma fórmula para encontrar la tensión del cable en función del pandeo que tienen los soportes y de la longitud horizontal por la que pasa la curvatura entre los soportes.

Si bien el puente Tacoma cada vez que era golpeado por el viento lo que hacía era oscilar, esto se nos viene a la mente la fórmula del resorte, para encontrar la constante del puente si asumimos que era un resorte, iba a ser todo un reto debido a que primero deberíamos saber con qué fuerza golpeaba el viento, segundo tendríamos que ver cuánto se ha estirado el tablero, dicho esto mostraremos la ecuación diferencial general es:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + w^2x = 0$$

$$\text{donde } w = \frac{k}{m}$$

y mencionar que k es la variable que considero algo difícil de encontrar no por el procedimiento matemático sino por lo complejo que sería medir el estiramiento que tiene todo el tablero cuando estaba en movimiento, otro dato interesante podría ser lo tolerable que alcanza a ser el tablero del puente como para oscilar tanto tiempo y que justamente cuando el puente alcanzara a dar un giro de 90° sufriera toda la carga en uno de los soportes y provocara su destrucción. Porque como todos sabemos un sistema de resorte masa posee un máximo y un mínimo, al obtener los resultados en este tipo de ecuación nosotros obtenemos una solución

$$x(t) = c_1 \cos(wt) + c_2 \text{sen}(wt)$$

¿Hablar de un objeto que si tiene matemáticas? Todo en la vida tiene una solución matemática en ecuaciones diferenciales todo se puede modelar, incluso si el concreto que llevaban a colocar en el tablero del puente le podríamos calcular por medio de una ecuación diferencial de temperatura

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$$

a todo esto, el concreto y sus propiedades se dice que lo ideal para que se enfríe el concreto es entre los 20° y la temperatura ambiente suponiendo que el concreto por su masa y sus aditivos tiene que llegar a 15° justo antes de colocarse en la construcción, entonces la aplicación sería de usar la ecuación diferencial de la temperatura para predecir cuál será la temperatura del concreto trascurrido cierto tiempo, aunque le podemos dar otra aplicación y predecir en cuanto tiempo el concreto se habrá endurecido.

(1) Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado, ecuaciones diferenciales de primer orden, capítulo 2, curvas solución sin una solución subtítulo 2.1, campos direccionales inciso 2.1.1, campo direccional. página 35.

E

cuaciones diferenciales y los programas de calculo computarizados.

Por: Pablo Maldonado Cojúlún

¿Por qué estudiamos ecuaciones diferenciales? Los ingenieros en la vida real son personas a las cuales se les contrata para resolver problemas que otra persona cualquiera no pueden resolver y por ello en las universidades en las carreras de las ingenierías se les “entrena” para poder desarrollar su ingenio y por ende encontrar maneras de resolver problemas de la vida diaria y una forma de poner en práctica nuestro ingenio como estudiantes de ingeniería para resolver problemas es a través de las matemáticas ya que estas no solo son una herramienta útil para los ingenieros que la pueden usar para poder entender de una manera cuantitativa un problema de la vida real y usarla para encontrar una solución cuantitativa para ese mismo problema y las ecuaciones nos permiten realizar esto siempre que seamos capaces de modelarla de la forma correcta y elegir bien cuáles son los factores correctos que afectan el fenómeno que estamos estudiando. Y en ese momento nos damos cuenta que existen diferentes tipos de ecuaciones y

con esto diferente grado de dificultad al resolverlo y ahí entran las ecuaciones diferenciales ya que en la vida real casi todos los fenómenos están afectados por muchos factores y algunos de estos factores son considerados independientes y otros dependientes de los anteriores lo cual nos crea razones de cambio que en una ecuación diferencial pueden ser tomados en cuenta lo que crea un modelo del fenómeno más preciso y por ello los ingenieros aplican mucho las ecuaciones diferenciales para describir fenómenos o resolver algunos cuestionamientos acerca de estos fenómenos. Pero en nuestra era tecnológica tenemos acceso a sistemas computarizados que son capaces de entender y resolver una ecuación diferencial lo que permite a ingenieros e incluso a personas no ingenieros a encontrar las soluciones a estas ecuaciones diferenciales y por ende a encontrar soluciones al fenómeno que describa esa ecuación diferencial por lo que vuelvo a caer al inicio ¿Por qué estudiamos ecuaciones diferenciales? Ya que los ingenieros

ahora cuando tienen que resolver una ecuación diferencial no van a buscar un lápiz y papel para resolverla sino que se dirigen a una computadora y con ayuda de un programa de cálculo introducirá la ecuación diferencial y el programa lo resolverá por el e incluso en un tiempo mucho menor al que le hubiera tomado hacerlo manualmente. La cuestión es que aun cuando la tecnología ha avanzado bastante en poco tiempo las computadoras aún no han llegado al punto de poder observar un fenómeno y transcribirlo de forma correcta a una ecuación diferencial por lo que nos obliga a indicarle a la computadora cual es el fenómeno y como lo describe una ecuación diferencial que nosotros tendremos que modelar y por ello aun las persona no ingenieras deben tener algún tipo de nociones de las ecuaciones diferenciales para poder ingresar y hasta que una persona se le ocurra la manera de enseñarle a una maquina como interpretar fenómenos y modelarlos en una ecuación diferencial

tendremos que seguir aprendiendo a resolver estas ecuaciones diferenciales a mano mostrando nuestras habilidades para integrar funciones.

Por lo que podemos deducir que todos los estudiantes de ingeniería cuando nos toque el momento de ejercer nuestra profesión y tendremos que realizar cálculos matemáticos para resolver un problema acudiremos a un sistema de cálculo entonces considero que es muy importante el aprender a cómo utilizar de una manera más eficiente los sistemas de cálculo ya que el hecho de que ya no se hagan cálculos a "lápiz y papel" no significa que sea una mala costumbre porque todo esto es una herramienta que nos permite ser aún más eficientes en nuestro trabajo y por ello es fundamental conocer estos sistemas de cálculo y cuáles son sus capacidades o cualidades en mi caso manejo mayormente un solo sistema como lo es Derive el cual es un programa bastante poderoso y se centra principalmente en las gráficas de las funciones ya que este programa te permite mostrar funciones en dos dimensiones en tres dimensiones y con un considerable margen de escalas y lo que per-

mite muy bien el poder observar intersecciones importantes aun en funciones en que se complican las intersecciones como son las funciones polares y en el caso de las ecuaciones diferenciales nos permite observar las familias de soluciones de una ecuación diferencial lo que es una ayuda grande al momento de querer comprender el comportamiento de las soluciones de una ecuación diferencial pero este programa no solo es para graficar como lo son muchos de los programas como Graph que solo permite el mostrar las gráficas de funciones y las familias de ecuaciones diferenciales pero en derive también muestra los resultados de las ecuaciones diferenciales dándole valores iniciales o incluso da una solución de la ecuaciones diferenciales dejándolas con constantes lo que nos da una familia de soluciones lo cual es muy útil al momento de usarlo como apoyo al momento de estudiar. Este programa es muy útil al estudiar ya que como en la mayoría de casos no solo estamos buscando la solución sino la forma de llegar a esa solución y este programa nos permite ver cuál es la forma que uso el programa para llegar a la solución y mostrar el paso a paso

para llegar a la solución que luego el programa lo que lo hace una herramienta muy útil al momento de estudiar.

También debemos observar que muchos libros de ecuaciones diferenciales ahora traen incluidos problemas que nos indican que es necesario el uso de un sistema de cálculo lo cual nos indica que el uso de sistemas de cálculo se ha vuelto muy necesario para no quedarnos atrás y ser competentes en nuestro mundo, el problema es que en nuestra universidad San Carlos no se tiene un curso de manejo de estos tipos de programa lo que produce que muchos estudiantes no aprovechen este tipo de herramientas por el hecho de no saber usarlas porque no se les ha enseñado lo que produce que no sean tan competentes en el ámbito laboral por no tener las herramientas modernas para efectuar los trabajos requeridos. Por lo que espero que esta casa de estudios pueda ver este cambio y así poder preparar mejor a sus estudiantes para los trabajos que hagan en su vida profesional y enseñarles a mantenerse en una constante actualización de sus herramientas.

L as Ecuaciones diferenciales aplicado a un puente colgante.

Por: Andoni Daniel Oxlej Ixcoy

Las Matemáticas en la ingeniería son muy importantes, ya podemos utilizarla para cualquier situación que se nos presente, empleando ecuaciones diferenciales apoyaría mucho el proceso de solucionar un problema real.

En 1940 sucedió un desastre catastrófico de la ingeniería en los Estados Unidos, comenzando con la idea de construir un puente a menor costo de lo que normalmente costaría un puente colgante hacer, en 1938 se aprobó una financiación para la construcción del puente Tacoma, solamente tuvo cuatro meses y seis días de actividad. Las dimensiones del puente eran de dos mil ochocientos pies de longitud y treinta y nueve pies de ancho, contaba con unas vigas de acero de ocho pies de altura para que tuviera rigidez en ambos costados del puente.

El puente nos dio un claro ejemplo sobre la resonancia que el viento producía, cada que el viento pasaba por el puente, este oscilaba de una manera muy peligrosa, las dudas eran sobre si los materiales no eran

los correctos, si los cálculos no eran los correctos, en realidad la causa de este puente estadounidense fue que tuvo una oscilación auto excitada, y la causa fue la constante actividad que tuvo el viento de soplar y por ende lo alejaron del equilibrio, a todo esto surgieron programas de simulación para comprobar la estabilidad de un puente colgante, hoy en día no se construye un puente sin haber pasado por pruebas de túnel de viento y las simulaciones en varios programas de diseño, a todo esto ¿cómo es que lo podemos aplicar a las ecuaciones diferenciales? Es sencillo, los programas manejados por software utilizan ecuaciones diferenciales para saber cuál es el comportamiento que el objeto o situación tiene, es evidente que en un puente colgante consta de cuerdas de acero para sostener la estructura (estas reemplazan las columnas por menos vigas) las vigas sostienen las cuerdas de acero.

Antes de empezar a utilizar ecuaciones diferenciales comencemos describir a grandes rasgos de que está compuesto un puente colgante, tiene cables de acero suspendidos de un arco invertido lo cual suspende el tablero, ya explicado que tiene de sencillo, les mostraremos una pequeña parte de tantas aplicaciones que puede tener un puente colgante.

Podemos empezar con las ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos la fórmula de la resistencia del aire

te colgante, tiene cables de acero suspendidos de un arco invertido lo cual suspende el tablero, ya explicado que tiene de sencillo, les mostraremos una pequeña parte de tantas aplicaciones que puede tener un puente colgante.

Podemos empezar con las ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos la fórmula de la resistencia del aire

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

pero en este caso nuestra será reemplazado por la fuerza que la estructura opone al viento y la

$$\frac{dv}{dt}$$

será la velocidad con la que empuja el viento a la estructura.

Otra aplicación que es importante a destacar sin pensar independientemente si está mal hecho o no el puente es los cables suspendidos en los soportes verticales, y su fórmula es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{W}{T1}$$